

# シミュレーションに基づく統計的推論を 利用した教材と授業実践

---

Jimmy Doi  
Cal Poly San Luis Obispo



橋本三嗣  
広島大学附属中・高等学校



中島康彦  
群馬県立前橋高校



March 2024

# Introduction

---

シミュレーションに基づく統計的<sup>すいろん</sup>推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

---

---

シミュレーションに基づく統計的<sup>すいろん</sup>推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させることを意図した<sup>いと</sup>指導法<sup>しどうほう</sup>である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

## シミュレーションに基づく統計的<sup>すいろん</sup>推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させることを意図した<sup>いと し どう ほう</sup>指導法である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

### SBI 講義

- 2017 年 7 月: 群馬県立高崎高等学校
  - 仮説検定: パラメーター/母数=母比率 (二項分布)
  - ドイ・ジミー (2019 年) シミュレーションに基づく統計的推論とアクティブ・ラーニングの授業事例・日本数学教育学会誌 第 101 巻第 3 号

## シミュレーションに基づく統計的<sup>すいろん</sup>推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させることを意図した指導法である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

### SBI 講義

- 2017 年 7 月: 群馬県立高崎高等学校
  - 仮説検定: パラメーター/母数 = 母比率 (二項分布)
  - ドイ・ジミー (2019 年) シミュレーションに基づく統計的推論とアクティブ・ラーニングの授業事例・日本数学教育学会誌 第 101 巻第 3 号
- 2023 年 11 月: 2 つの新しい SBI 講義
  - 仮説検定: パラメーター/母数 = 母平均<sup>へいぎん</sup>の差
  - A: 対応<sup>たいおう</sup>のない 2 標本<sup>ひょうほん</sup>平均値<sup>けんてい</sup>の差の検定
  - B: 対応<sup>たいおう</sup>のある 2 標本<sup>ひょうほん</sup>平均値<sup>けんてい</sup>の差の検定

A. <sup>たい おう</sup>対応のない 2 <sup>ひょうほん</sup>標本平均値の差の<sup>けんてい</sup>検定

---

たい おう                      ひょう ほん                      けん てい  
対応のない 2 標本平均値の差の検定

2023 年 11 月: 広島大学附属中・高等学校

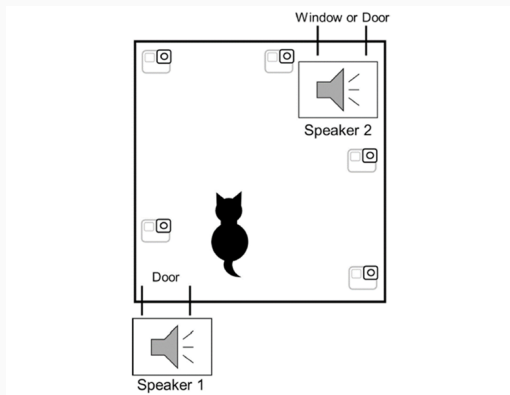
チーム・ティーチング: 橋本三嗣、土井ジミー

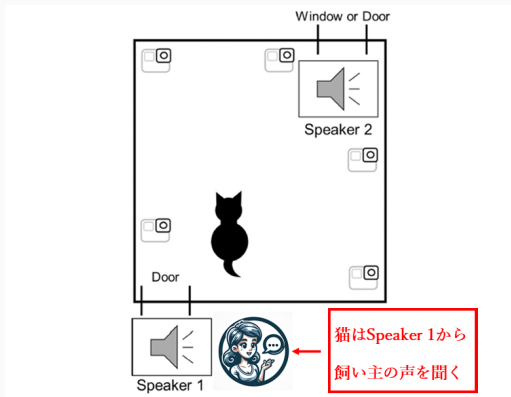
講義: ある実験のデータぶん せきを分析します



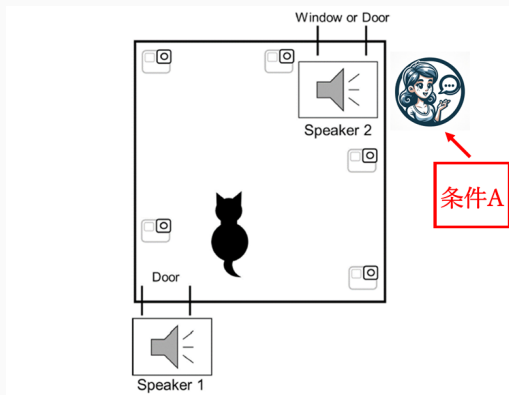
## 実験の説明

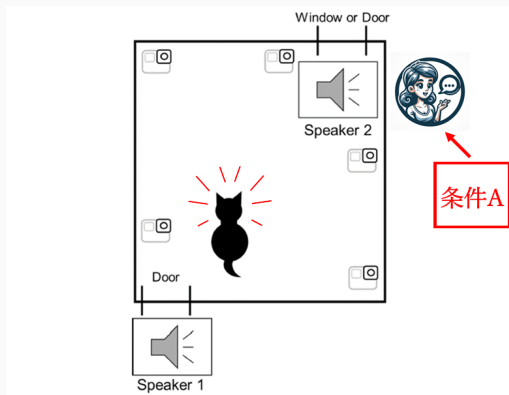
- 猫は 4 メートル離れた 2 つのスピーカーがある部屋に置かれる
- 1 つ目のスピーカーで猫の飼い主の声が流れる
- 2.5 秒の間を置いて、2 つ目のスピーカーで音が流れる
  - 条件A: 2 つ目のスピーカーで猫の飼い主の声が流れる
  - 条件B: 2 つ目のスピーカーで他の人の声が流れる
- 8 人の評価者がスピーカーの音に対する猫の反応を観察し、  
反応評価 (0 から 4 点) を提供する
  - 0 点 = 驚きなし
  - 4 点 = 強い驚き
- 「驚きスコア」= 評価の平均
- 研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響する  
のか？

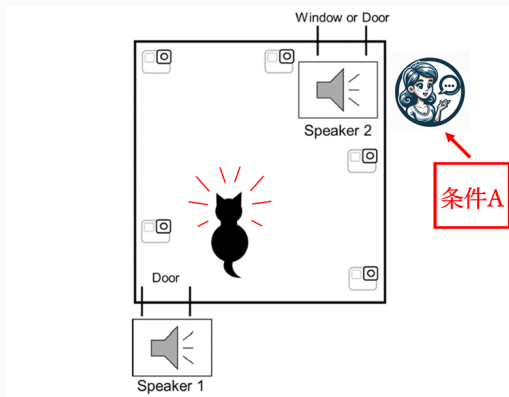




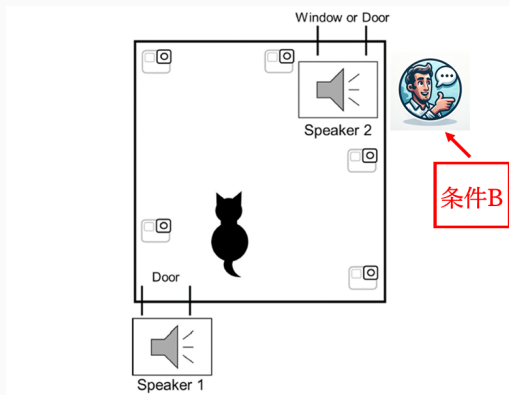




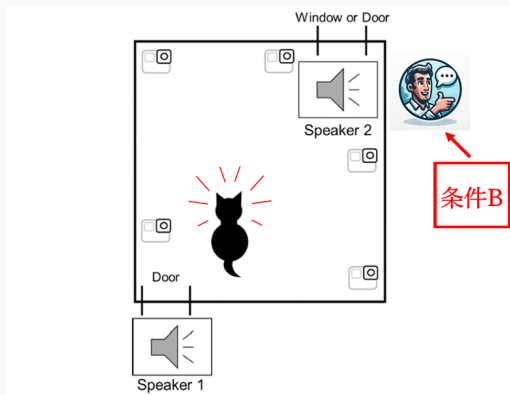


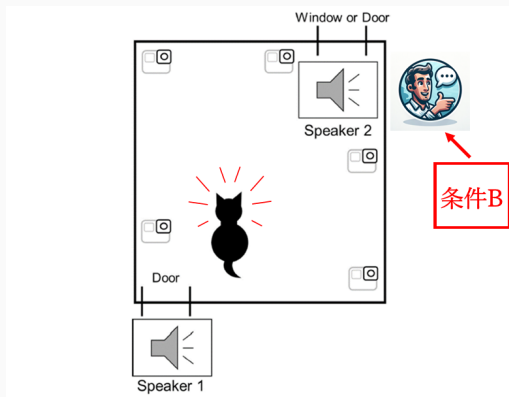


8人の評価者<sup>ひょうかしゃ</sup> → 反応評価 (0から4点) : 0点 = 驚きなし, 4点 = 強い驚き  
「驚きスコア」<sup>ひょうか</sup> = 評価の平均









8人の評価者<sup>ひょうかしゃ</sup> → 反応評価 (0から4点) : 0点 = 驚きなし, 4点 = 強い驚き  
「驚きスコア」 = 評価<sup>ひょうか</sup>の平均

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定りょうがわけんていを使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間かんれんせいに関連性はない

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に<sup>かん れん せい</sup>関連性はない
  - 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと  
<sup>か てい</sup>仮定することである

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
  - 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと仮定することである
    - 例: 猫の「驚きスコア」= 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
  - 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと仮定することである
    - 例: 猫の「驚きスコア」= 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)
  - 説明変数グループ (飼い主の声、他の人の声) について、目的変数の値 (驚きスコア) は無作為に割り当てられることができる

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

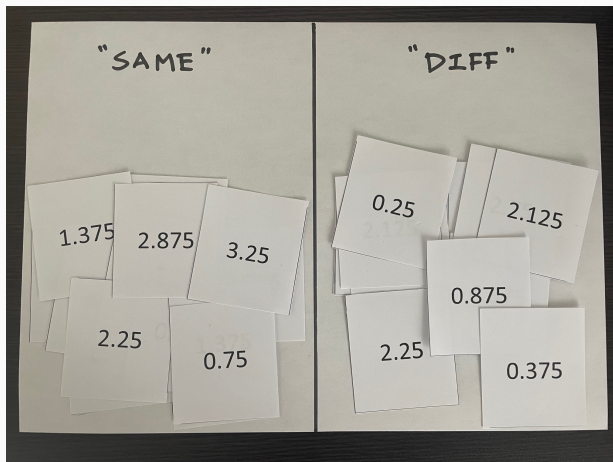
- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定を使用する)  
りょうがわ けんてい
- 帰無仮説は正しければ
  - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない  
かん れん せい
  - 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと  
仮定することである  
か てい
    - 例: 猫の「驚きスコア」= 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)
  - 説明変数グループ (飼い主の声、他の人の声) について、目的変数の値 (驚きスコア) は無作為に割り当てられることができる  
あたい わ あ
  - シミュレーション: 驚きスコアをインデックスカードに書き、シャッフルして、飼い主/他の人グループに無作為に割り当てる

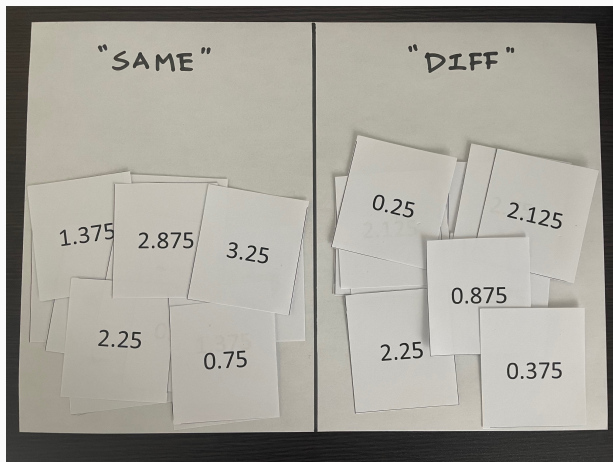


実験結果 → 目的変数の値<sup>あたい</sup> : 40匹の猫からの驚きスコア

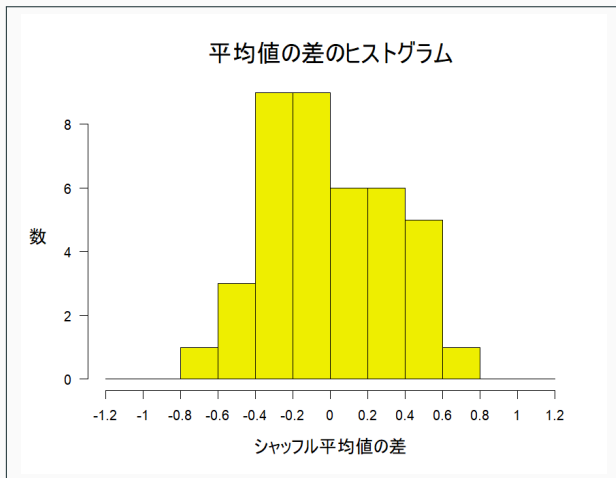
0.375	0.25	0.75	1	3.5	0.625	3.25	0.625
1.875	4	1.5	1.375	2	1	2.25	1
2.375	2.125	0.875	0.375	0.5	2.5	0.375	0.625
0.75	0.875	1.375	2.25	2.125	2.75	2.875	2
1.375	1.375	2.25	1.375	2.25	2.75	2.75	1.125



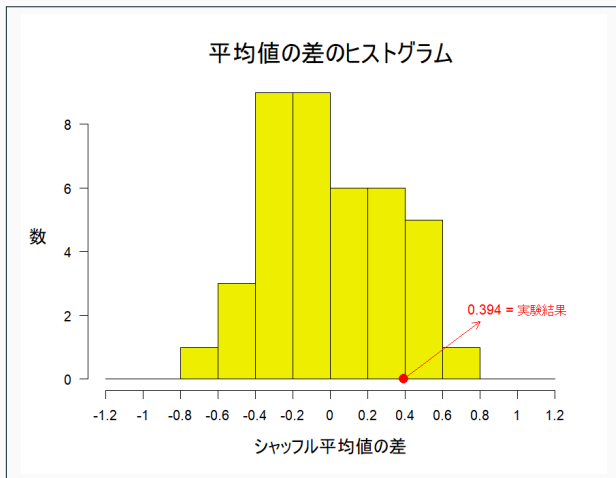




あたい ほう こく  
同じ声の平均から異なる声の平均を引いた値を報告する

$n = 40$ 

帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

$n = 40$ 

帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

Comparing Groups - Quantita... x +

rossmanchance.com/applets/2021/anovashuffle/AnovaShuffle.htm?language=2

## Rossman/Chance Applet Collection

### 対応のない標本検定シミュレーション

データ選択 選択する

データ入力  スタック解除されたデータ  全体を表示

CatID	Voice	Surprise
id1	same	3.5
id4	diff	0.375
id6	same	2
id7	same	0.5
id9	same	2.125
id10	diff	1.875
id11	diff	2.375
id12	same	1.375
id14	same	2.35

(説明変数, 目的変数)  
データを使う クリア

変数の役割を選択  
目的変数: Surprise  
説明変数: Voice  
(same - diff)

標本データ  
平均値 = 1.634  
標準偏差 = 0.963  
n = 40

グループを表示

Voice diff

Voice same

Surprise

シャッフル・オプションの表示:

シャッフルの数: 10000  
仮説を立てた  $\mu$  diff: 0  
目的変数をシャッフル  
表示を選択:  
 データ  プロット

直近シャッフル

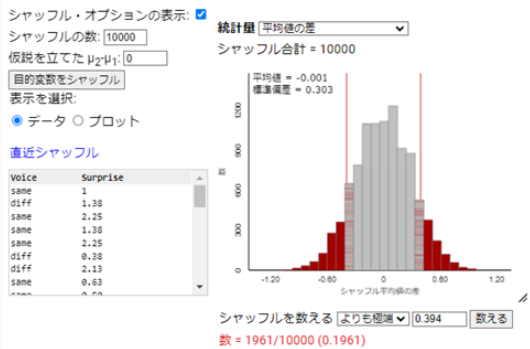
Voice	Surprise
same	1
diff	1.38
same	2.25
same	1.38
same	2.25
diff	0.38
diff	2.13
same	0.63
same	0.63

統計値 [平均値の差]  
シャッフル合計 = 10000  
平均値 = -0.001  
標準偏差 = 0.303

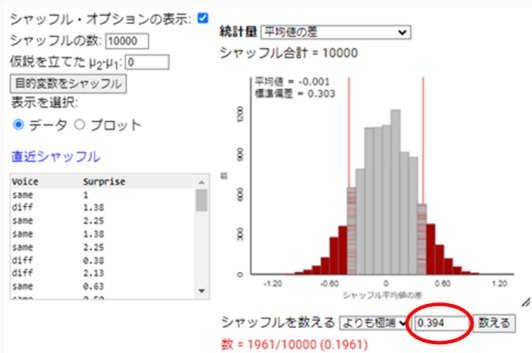
シャッフル平均値の差

シャッフルを数える (より初期値) 0.394 数える  
数 = 1961/10000 (0.1961)

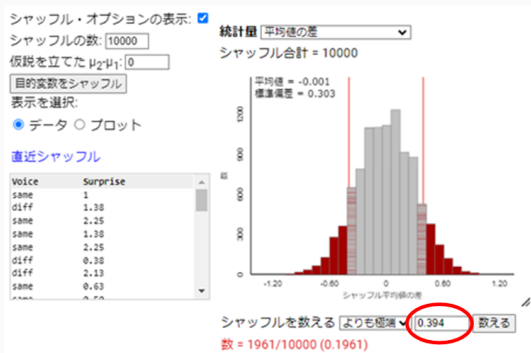
<https://bit.ly/applet-means>







- 帰無仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
リョウガワケンテイ  
(両側検定を使用する)



- 帰無仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある  
(両側検定を使用する)
- 近似p-値 = 0.1961 → 帰無仮説棄却しない\*

\* 論文では、研究者たちはより大きなデータセットを分析し、帰無仮説を棄却した。

## B. 対応のある 2 標本平均値の差の検定

---





処置#1 (実験の始まり)



処置#2 (1週間後)



距離 = メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離
1	4105	3483
2	4361	3862
3	4105	4172
4	4828	4758
5	4845	4791
6	4845	4995
7	5205	5062
8	5912	5443
9	5827	5702
10	6440	6086

グループ A (ピンク色) の距離はグループ B (透明) の距離とは関係ある → 「対応のある 2 標本」

距離 = メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離
1	4105	3483
2	4361	3862
3	4105	4172
4	4828	4758
5	4845	4791
6	4845	4995
7	5205	5062
8	5912	5443
9	5827	5702
10	6440	6086

グループ A (ピンク色) の距離はグループ B (透明) の距離とは関係ある → 「対応のある 2 標本」

猫の実験 :

グループ A (飼い主の声) の結果はグループ B (他の人の声) の結果とは関係ない → 「対応のない 2 標本」



距離 = メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明
1	4105	3483	622
2	4361	3862	499
3	4105	4172	-67
4	4828	4758	70
5	4845	4791	54
6	4845	4995	-150
7	5205	5062	143
8	5912	5443	469
9	5827	5702	125
10	6440	6086	354
			平均差 = 211.9

「対応のある 2 標本」 → 2 つの距離の差の平均を計算する

実験結果 = 211.9m

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- 帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説: 溶液の色は距離に影響する  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか？

- 帰無仮説：溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説：溶液の色は距離に影響する  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 距離と溶液の色の間かん れん せいに関連性はない

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか？

- 帰無仮説：溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説：溶液の色は距離に影響する  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 距離と溶液の色の間かん れん せいに関連性はない
  - 溶液の色はピンク色でも透明でもランナーの距離は  
か てい  
変わらなかったと仮定することである

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか？

- 帰無仮説：溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説：溶液の色は距離に影響する  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 距離と溶液の色の間にかん れん せい関連性はない
  - 溶液の色はピンク色でも透明でもランナーの距離はか てい変わらなかったと仮定することである
    - 例：ランナーの距離 = 5205m (ピンク色でも、透明でも)

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- 帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説: 溶液の色は距離に影響する  
りょうがわ けん てい  
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
  - 距離と溶液の色の間にかん れん せい関連性はない
  - 溶液の色はピンク色でも透明でもランナーの距離は  
変わらなかったと仮定することである
    - 例: ランナーの距離 = 5205m (ピンク色でも、透明でも)
  - 説明変数グループ (ピンク色、透明) について、目的変数の値あたい  
(各ランナーの距離) は無作為むわ あに割り当てられることができる

- シミュレーション: 公正なコインを投げる
  - 表: ランナーの 2 つの距離を入れ替える
  - 裏: ランナーの 2 つの距離を入れ替えない

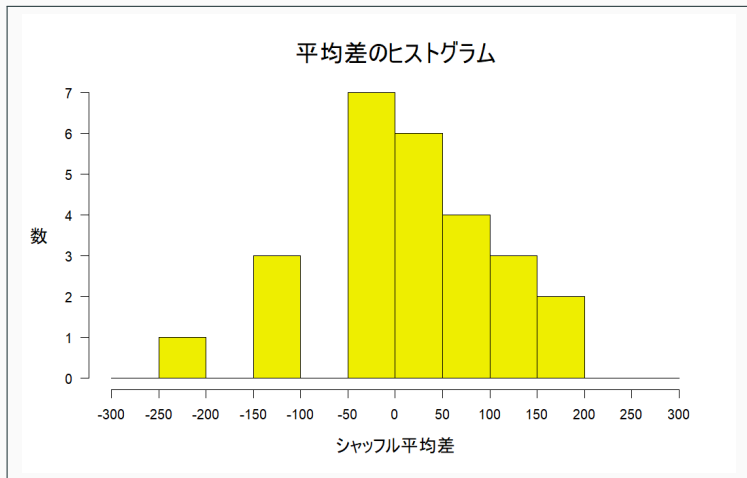
参加者	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色-透明	コイン投げ	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色-透明
1	4105	3483	622	表	3483	4105	-622
2	4361	3862	499	裏	4361	3862	499
3	4105	4172	-67	裏	4105	4172	-67
4	4828	4758	70	表	4758	4828	-70
5	4845	4791	54	表	4791	4845	-54
6	4845	4995	-150	表	4995	4845	150
7	5205	5062	143	裏	5205	5062	143
8	5912	5443	469	裏	5912	5443	469
9	5827	5702	125	表	5702	5827	-125
10	6440	6086	354	表	6086	6440	354
			平均差 = 211.9				平均差 = 67.7

- シミュレーション: 公正なコインを投げる
  - 表: ランナーの 2 つの距離を入れ替える
  - 裏: ランナーの 2 つの距離を入れ替えない

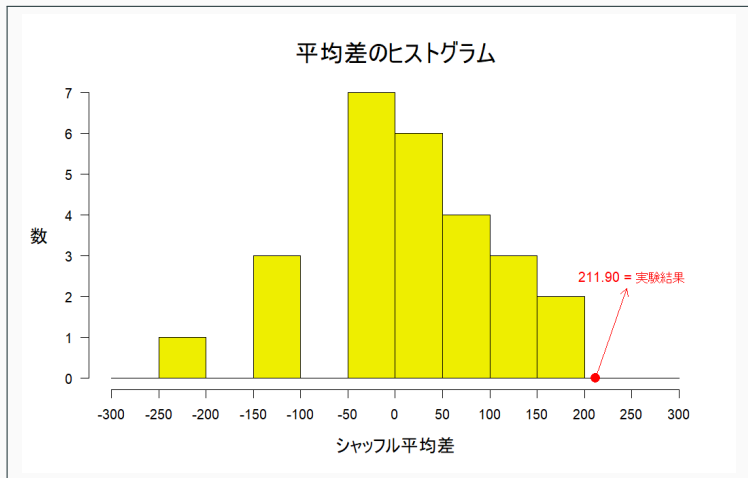
参加者	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色-透明	コイン投げ	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色-透明
1	4105	3483	622	表	3483	4105	-622
2	4361	3862	499	裏	4361	3862	499
3	4105	4172	-67	裏	4105	4172	-67
4	4828	4758	70	表	4758	4828	-70
5	4845	4791	54	表	4791	4845	-54
6	4845	4995	-150	表	4995	4845	150
7	5205	5062	143	裏	5205	5062	143
8	5912	5443	469	裏	5912	5443	469
9	5827	5702	125	表	5702	5827	-125
10	6440	6086	354	表	6086	6440	354
			平均差 = 211.9				平均差 = 67.7

2 つの距離の差の平均の値あたひ ほうこくを報告する



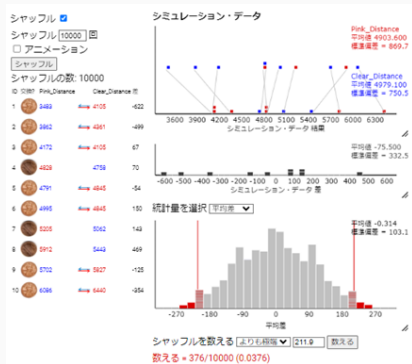
$n = 26$ 

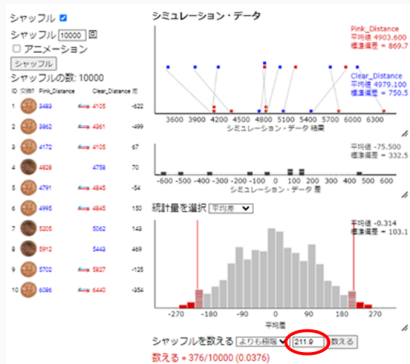
帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

$n = 26$ 

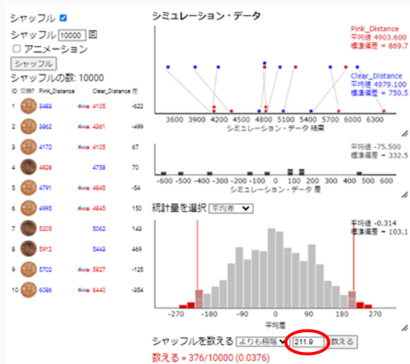
帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる









- 帰無仮説： 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説： 溶液の色は距離に影響する  
 (両側検定を使用する)



- 帰無仮説： 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説： 溶液の色は距離に影響する  
 (両側検定を使用する)
- 近似p-値 = 0.0376 → 帰無仮説棄却する

## 教材

- A. 対応のない 2 標本平均値の差の検定 : ZIP アーカイブ 
- B. 対応のある 2 標本平均値の差の検定 : ZIP アーカイブ 

### 各アーカイブの内容

- 講義ノート
- 解答ファイル
- 画像フォルダ (講義で使用できる画像)
- 日本語翻訳シミュレーション・アプレット (URL)
- がくしゅう し どう あん 学習指導案 (Teaching Plan) - 【準備中】

## Final Notes

- プレゼン資料しりょうダウンロード・リンク
  - 教材アーカイブ・ファイル
  - プレゼン・スライド
  - <https://bit.ly/SENDAI-2024-SBI>
- Email
  - Jimmy Doi, Cal Poly San Luis Obispo
    - [jdoi@calpoly.edu](mailto:jdoi@calpoly.edu)
  - 橋本三嗣 広島大学附属中・高等学校
    - [mhashimo@hiroshima-u.ac.jp](mailto:mhashimo@hiroshima-u.ac.jp)
  - 中島康彦 群馬県立前橋高校
    - [nakajima-yshk@edu-g.gsn.ed.jp](mailto:nakajima-yshk@edu-g.gsn.ed.jp)